



14. ČESKO-POLSKO-SLOVENSKÉ STŘETNUTÍ JUNIORŮ

Soutěž jednotlivců

23. 5. 2026

Úloha 1. Kolika způsoby je možno rozdělit čísla z množiny $\{1, 2, \dots, 2n\}$ do n dvojic tak, aby součet každé dvojice byl o jedna větší než některá přirozená mocnina čísla 2?

Úloha 2. Necht' P je průsečík úhlopříček AH a EK pravidelného dvanáctiúhelníku $ABCDEFGHIJKL$. Dokažte, že

$$|AC| + |KP| = |AE|.$$

Úloha 3. Pro reálná čísla a, b, c nabývají všechny zlomky

$$\frac{bc + 1}{a}, \quad \frac{ca + 1}{b}, \quad \frac{ab + 1}{c}$$

stejně hodnoty. Která reálná čísla mohou být touto společnou hodnotou?

Úloha 4. Do každého čtverce tabulky 100×100 nakreslíme 0, 1, nebo 2 úhlopříčky. Určete největší počet úhlopříček, které můžeme do tabulky nakreslit tak, aby žádné dvě z nich neměly společný koncový bod.

Úloha 5. Uvažujme pravouhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu A . Označme D průsečík osy úhlu BAC se stranou BC . Předpokládejme, že délka úsečky AD je vyjádřena racionálním číslem. Nejvýše kolik stran trojúhelníku ABC může mít racionální délku?

*Čas: 3 hodiny a 30 minut.
Za každou úlohu lze získat 5 bodů.*