

**14-TH CZECH-POLISH-SLOVAK JUNIOR MATHEMATICAL
COMPETITION**

Team competition
24. 5. 2026

Úloha 1. Pro přirozená čísla a, b, c platí

$$a^2 + b^2 + c^2 + 1 = abc + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c}.$$

Dokažte, že abc je druhou mocninou přirozeného čísla.

Poznámka: Riešenie tejto úlohy musí byť napísané po poľsky.

Úloha 2. Máme k dispozici euklidovské pravítko, které nám umožňuje libovolnými dvěma body vést přímku, a nástroj *okružítka*, který pro libovolný trojúhelník sestrojí kružnici mu opsanou spolu s jejím středem.

Je dán trojúhelník ABC . Pomocí těchto nástrojů sestrojte

- a) těžiště trojúhelníku ABC ,
- b) střed kružnice vepsané trojúhelníku ABC .

Uwaga: Rozwiązanie tego zadania powinno być napisane po słowacku.

Zadanie 3. Rozważono wszystkie uporządkowane trójki dodatnich liczb całkowitych (x, y, z) , z których każda jest nie większa od 100. Dla każdej takiej trójki zapisano na kartce wartość

$$|x - y| + |y - z| + |z - x|.$$

Którą wartość zapisano najczęściej i ile razy?

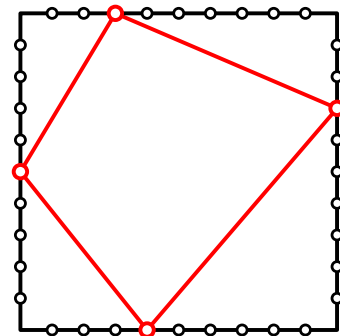
Poznámka: Riešenie tejto úlohy musí byť napísané po česky.

Zadanie 4. Parę różnych liczb całkowitych nazwiemy *stromą*, jeżeli można zapisać te liczby obok siebie w pewnej kolejności tak, aby otrzymany ciąg cyfr był niemalejący. Załóżmy, że zbiór $S \subseteq \{1, 2, \dots, 99\}$ nie zawiera żadnej stromej pary. Jaka jest największa możliwa liczba elementów zbioru S ?

Poznámka: Řešení této úlohy odevzdejte ve slovenštině.

Úloha 5. Každá strana štvorca 10×10 je deviatimi bodmi rozdelená na 10 úsečiek dĺžky 1 (pozri obrázok). Krivoš a Dominik hrajú hru, v ktorej striedavo vyberú ešte nevybratú stranu štvorca a zafarbí načerveno jeden z 9 vyznačených bodov na nej, pričom Krivoš začína. Na konci sú červené body spojené do konvexného štvoruholníka. Dominik vyhrá, ak obsah tohto štvoruholníka je dané reálne číslo S , inak vyhrá Krivoš.

V závislosti od S určte, ktorý hráč má výhernú stratégiu.



Uwaga: Rozwiązanie tego zadania powinno być napisane po czesku.

Úloha 6. Nech a, b, c, d, e sú celé čísla také, že pre ľubovoľné dve z nich platí, že ich súčet je väčší ako ich súčin. Dokážte, že

$$a + b + c + d + e > abcde.$$

Poznámka: Řešení této úlohy odevzdejte v polštině.

*Time: 5 hours
Each problem is worth 5 points.*